$\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{MG}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow$ O , M , G sont alignés $\Leftrightarrow$ M $\in$ (OG)

E = (OG)

b) * M $\in$ (F) $\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \wedge (\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}) = \vec{O}$

Or $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{AC}$

$= 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{V}$

• M $\in$ (F) $\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \wedge \vec{V} = \vec{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires

(F) est la droite passant par O et de vecteur directeur $\vec{V}$.

Solution 10 :

1°/ On a : B (1,0,0) , K$(0,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$, I $(\frac{1}{2}$,0,1) , G (1,1,1)

$$\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}1/2\\1\\0\end{pmatrix} \quad ; \quad \overrightarrow{IA}\begin{pmatrix}-1/2\\0\\-1\end{pmatrix} \quad ; \quad \overrightarrow{BK}\begin{pmatrix}-1\\\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Soit (x_0 , y_0 , z_0) les coordonnés de $\overrightarrow{IG} \wedge \overrightarrow{IA}$

$$X_0 = \begin{vmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{vmatrix} = -1$$

$$Y_0 = -\begin{vmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\0 & -1\end{vmatrix} = \frac{1}{2}$$

$$Z_0 = \begin{vmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\1 & 0\end{vmatrix} = \frac{1}{2}$$

d'où $\overrightarrow{IG} \wedge \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BK}$

2°/ L'aire du triangle IGA est $A = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{IG} \wedge \overrightarrow{IA}\right\|$

$$A = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{BK}\right\|$$